

ظرفیت مؤثر گیرنده‌های خطی در سیستم‌های مخابراتی Massive MIMO

جمال بیرانوند^۱، حمید مقدادی نیشابوری^۲ و محمد لاری^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مخابرات سیستم دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان، jamalbeiranvand@gmail.com

^۲ استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه سمنان، meghdadi@semnan.ac.ir

^۳ استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه سمنان، m_lari@semnan.ac.ir

چکیده - در این مقاله، یک سیستم Massive MIMO شامل یک Base Station (BS) و چندین کاربر مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این سیستم کاربران اطلاعات خود را در یک منبع فرکانس-زمان ارسال می‌کنند. برای سادگی و ارزانی، دستگاه‌های کاربران تک آنتن در نظر گرفته شده‌اند. BS برای آشکارسازی اطلاعات کاربران از گیرنده‌های خطی ZF، MRC و MMSE استفاده می‌کند. تحت این شرایط، حداکثر نرخ ورود اطلاعات، برای یک کیفیت سرویس (QoS) مشخص، در کانال بی سیم بدست آمده است و بصورت تئوری فرم بسته ظرفیت مؤثر گیرنده‌های ZF، MRC و MMSE در سیستم Massive MIMO محاسبه می‌گردد. در آخر نتایج عددی ارائه شده، نتایج تئوری را تایید کرده‌اند. کلیدواژه - سیستم‌های Massive MIMO، ظرفیت مؤثر، کیفیت سرویس، گیرنده خطی

۱- مقدمه

در عمل برای پیاده سازی این سیستم مشکلاتی وجود دارد [۲]. از جمله به دلیل عدم ارتباط کاربران با یکدیگر، کد کردن اطلاعات در سمت کاربران امکان پذیر نیست [1]، به همین دلیل برای آشکارسازی سبمل‌ها به اطلاعات دقیق کانال نیاز است [۵]. BS برای آشکارسازی و پیش‌کدگذاری سبمل‌ها در هنگام انتقال داده در حالت uplink و downlink نیازمند اطلاعات دقیق کانال می‌باشد [۶]. همچنین برای مقابله با اثر تداخل کاربران، نیاز است تا از تکنیک‌های حذف یا کاهش تداخل، آشکار ساز (ML^۴) [۷] و تکنیک کدکننده‌ی DPC^۵ [۸]، استفاده شود. این تکنیک‌ها دارای پیچیدگی محاسباتی بالایی هستند. بنابراین در سیستم‌های MU-MIMO با صرف هزینه‌ی پردازش‌های پیچیده، امکان دسترسی همزمان چند کاربر به یک BS با سرعت و قابلیت اطمینان بالا فراهم می‌گردد. در سال‌های اخیر، سیستم‌های Massive MIMO که در آن صدها آنتن در BS بطور همزمان به ده‌ها کاربر سرویس می‌دهند، معرفی شدند. در این سیستم‌ها تعداد زیاد آنتن‌ها می‌تواند بطور قابل ملاحظه‌ای تداخل درون سلولی را با استفاده از پردازنده‌های ساده کاهش دهد [۶]. همچنین با استفاده آرایه‌ی آنتنی بسیار بزرگ، متغیرهای تصادفی، بطور یقینی بنظر می‌رسند و با استفاده از پردازنده‌ی ساده‌ی سیگنال، نویز نااهمسته و تداخل درون سلولی بطور کامل از بین می‌روند [۹]. بنابراین سیستم‌های

در طی سال‌های اخیر، حجم داده‌های چند رسانه‌ای انتقال یافته توسط سیستم‌های بی‌سیم، بطور نمایی افزایش یافته است [1]. بنابراین افزایش همزمان نرخ ارسال اطلاعات و قابلیت اطمینان سیستم‌های مخابراتی به‌عنوان یکی از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی محققان مطرح بوده است. یکی از تکنیک‌هایی که برای دستیابی به نرخ بالای ارسال اطلاعات و قابلیت اطمینان شبکه‌های مخابراتی بطور گسترده‌ای استفاده شده است، سیستم‌های چند ورودی چند خروجی (MIMO^۱) می‌باشد که به عنوان یک سیستم مخابراتی، با چندین آنتن در فرستنده و گیرنده، تعریف می‌شود [۲]، [۳]. امروزه، سیستم‌های MIMO در مخابرات دیجیتال به‌عنوان یکی از تاثیرگذارترین تکنیک‌ها در ارتباطات مدرن مانند IEEE 802.11 WiFi، IEEE 802.16 WiMax و سیستم‌های سلولی نسل سوم و چهارم بشمار می‌روند [۴]. برای ایجاد امکان دسترسی همزمان چند کاربر به یک شبکه مخابراتی، سیستم‌های MIMO چند کاربره (MU-MIMO^۲) طراحی شده‌اند. در سیستم‌های MU-MIMO سلولی، چند کاربر بطور همزمان به یک ایستگاه مرکزی (BS^۳) که مجهز به چند آنتن است، متصل می‌باشند. علی‌رغم قابلیت سرویس‌دهی همزمان به چندین کاربر،

^۴ - Maximum Likelihood

^۵ - Dirty Paper Coding

^۱ - Multiple Input Multiple Output

^۲ - Multiuser MIMO

^۳ - Base Station

Massive MIMO باعث کاهش چشم‌گیر حجم پردازش سیگنال لازم برای آشکار سازی و پیش‌کدگذاری سمبل‌ها شده‌اند. از دیگر مزیت‌های Massive MIMO این است که می‌توان با افزایش تعداد آنتن‌های BS توان ارسالی را کاهش داد یا بهره‌ی انرژی را افزایش داد [۵]. باتوجه به این مزایا، Massive MIMO به‌عنوان یکی از راه‌های پیش روی سیستم‌های مخابرات بی‌سیم مورد توجه محققان قرار گرفته است [۱۰].

زمانی که تعداد آنتن‌های BS خیلی بیشتر از کاربران باشد، آشکارسازهای خطی ساده عملکردی نزدیک به بهینه دارند [۶]. سادگی آشکارسازهای خطی به همراه عملکرد تقریباً بهینه‌ی آنها مزیت اصلی سیستم‌های Massive MIMO نسبت به سیستم‌های MU-MIMO می‌باشد.

معیارهای گوناگونی برای بررسی سیستم‌های مخابراتی تعریف شده‌اند از جمله: احتمال خطا، احتمال قطع، ظرفیت و ظرفیت مؤثر^۱. برای کاربردهای حساس به تاخیر، مانند کنفرانس‌های صوتی/ تصویری، نیاز است تا تاخیر بین شروع تا پایان فرایند بسیار کم باشد [۱۱]. در این کاربردها، وقتی که تاخیر نهایی از یک حد آستانه بیشتر می‌شود، داده‌ها قابل استفاده نخواهند بود. پس، احتمال نقض تاخیر یک معیار مناسب برای اندازه‌گیری کیفیت سرویس QoS^۲ است [۱۲].

در سیستم‌های مخابرات بی‌سیم و تحت شرایط مناسب کانال، انتقال اطلاعات با نرخ بالایی انجام می‌شود. در مقابل، در شرایط بد کانال، نرخ ارسال اطلاعات کاهش می‌یابد و ممکن است صفر شود. بنابراین، در کانال بی‌سیم، ضمانتی برای حداکثر تاخیر یک بسته از اطلاعات وجود ندارد. بر این اساس، اطلاعات باید در بافر فرستنده نگه داشته شوند. به همین دلیل، اخیراً نظریه‌ی ظرفیت مؤثر ارائه شده است [۱۳]، [۱۴]. مشابه ظرفیت شانون که بصورت حداکثر نرخ ارسال اطلاعات بدون خطا روی یک کانال تعریف شده است، ظرفیت مؤثر به‌عنوان حداکثر نرخ ثابت ارسال اطلاعات بدون خطا و ضمن رعایت محدودیت آماری تاخیر تعریف می‌گردد [۱۳]، [۱۴].

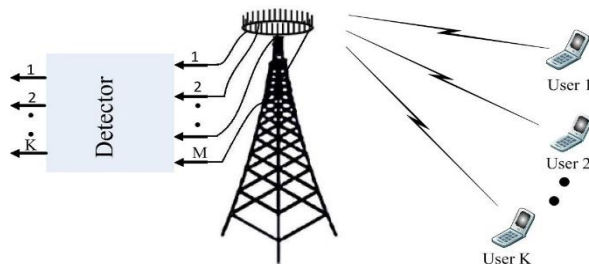
پس از پژوهش‌های پایه‌ای بر روی ظرفیت مؤثر، بدست آوردن ظرفیت مؤثر یک کانال ریلی با همبستگی زمانی [۱۳] یا محاسبه‌ی فرم بسته ظرفیت مؤثر برای حالتی که نسبت سیگنال به نویز کوچک باشد [۱۴] مدل ظرفیت مؤثر در لینک‌های

مخابراتی مختلف، از جمله سیستم‌های MIMO با توان و سرعت تطبیقی، بکار برده شد [۱۵]. در این مقاله ظرفیت مؤثر گیرنده‌های خطی در سیستم‌های Massive MIMO مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرم بسته‌ی ظرفیت مؤثر برای گیرنده‌ی ZF^۳ بطور دقیق و برای گیرنده‌ی MMSE^۴ با تقریب خیلی خوب محاسبه می‌گردد. با توجه به اینکه تابع توزیع SINR^۵ گیرنده‌ی MRC^۶ پیچیده است، با استفاده از تقریب تابع چگالی احتمال SINR یک کران بالا برای ظرفیت مؤثر در این گیرنده بدست می‌آید به‌طوری که در سیگنال به نویزهای بالا کران مذکور با دقت خوبی مقدار ظرفیت مؤثر را پیش‌بینی می‌کند.

ادامه مقاله به این صورت تقسیم بندی شده است: مدل سیستم در بخش دوم معرفی می‌شود. در بخش سوم پس از ارائه توضیح مختصری درباره ظرفیت مؤثر، فرم بسته ظرفیت مؤثر گیرنده‌های خطی در سیستم Massive MIMO بدست آورده می‌شود. نهایتاً، نتایج عددی و نتیجه‌گیری در بخش چهارم ارائه می‌شوند.

۲- مدل سیستم

شکل ۱ یک سیستم Massive MIMO را نشان می‌دهد که شامل یک BS مجهز شده به M آنتن و K کاربر تک آنتن است، سیستم در مود TDD کار می‌کند. کاربران اطلاعات خود را در یک منبع فرکانس- زمان ارسال می‌کنند و M آنتن BS این اطلاعات را دریافت می‌کنند. BS با توجه به این M سیگنال دریافتی باید سمبل‌های ارسالی کاربران را تخمین بزند.



شکل ۱: مدل سیستم Massive MIMO

فرض می‌کنیم که تبادل اطلاعات در کانال محوشونده‌ی تخت رایلی انجام می‌شود و ماتریس $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ بیان‌کننده‌ی ماتریس کانال بین BS و K کاربر است، $h_{mk} \triangleq [\mathbf{H}]_{mk}$ ضریب کانال بین k امین کاربر و m امین آنتن از BS است. همچنین ضرایب کانال

^۴ - Minimum Mean Square Error

^۵ - Signal to Interference plus Noise Ratio

^۶ - Maximum Ratio Combining

^۱ - Effective Capacity

^۲ - Quality of Service

^۳ - Zero Forcing

۳- ظرفیت مؤثر گیرنده‌های خطی در Massive MIMO

با وجود ماهیت متغیر با زمان کانال‌های بی سیم، ارائه دهندگان خدمات برای جلب رضایت مشتریان خود که به ارتباط بدون وقفه نیاز دارند، باید کیفیت سرویس ارائه شده را تضمین کنند [۱۳]. ظرفیت مؤثر به عنوان حداکثر نرخ ثابت ورود اطلاعات به کانال بطوری که کیفیت سرویس تقاضا شده در طول سرویس‌دهی تضمین شود، تعریف می‌گردد. برای یک سیستم با صف بندی پویا، وقتی فرایند ورودی خروجی صف ایستاد و ارگادیک باشند، فرایند طول صف $Q(t)$ به متغیر تصادفی $Q(\infty)$ همگرا می‌شود به طوری که [۱۳]

$$-\lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\ln(\Pr\{Q(t) > q\})}{q} = \theta \quad (7)$$

که در آن q یک آستانه برای طول صف است، برای q های بزرگ تقریب زیر را می‌توان بکار برد [۱۴].

$$\Pr\{Q(\infty) > q\} \approx e^{-\theta q} \quad (8)$$

برای q های کوچک، تقریب زیر دارای دقت بیشتر است [۱۴].

$$\Pr\{Q(\infty) > q\} \approx \varepsilon e^{-\theta q} \quad (9)$$

که ε بیان کننده‌ی احتمال تهی نبودن بافر است.

$$\varepsilon = \Pr\{Q(\infty) > 0\} \quad (10)$$

بعلاوه، برای تاخیر، که یک معیار اصلی برای تعیین کیفیت سرویس است، یک تابع احتمال مشابه تعریف می‌شود [۱۴].

$$\Pr\{D > d\} \approx \varepsilon e^{-\delta \delta q} \quad (11)$$

که در آن D بیان کننده‌ی تاخیر، d حداکثر تاخیر قابل پذیرش و δ از طریق فرایندهای ورودی و خروجی صف تعیین می‌شود. واضح است که θ نقش مهمی در تعیین کیفیت دارد. θ های بزرگ به کیفیت سرویس بالاتر و محدودیت سختگیرانه‌تر منجر می‌شود و θ های کوچک موجب کیفیت سرویس پایین‌تر می‌شود.

ظرفیت مؤثر برای سیستم MIMO با کانال‌های مستقل بصورت زیر تعریف می‌شود [۱۴].

$$E_C(\theta) = -\frac{1}{\theta} \ln(E\{e^{-\theta C(t)}\}) \quad (12)$$

که $C(t)$ نرخ ارسال (متغیر با زمان) در کانال بی سیم است و $E\{\cdot\}$ عملگر متوسط گیری آماری است. برای یک کاربرد خاص با یک تاخیر آماری درخواست شده مشخص، کیفیت سرویس برحسب θ از معادله (۱۱) تعیین می‌شود. سپس، حداکثر نرخ ثابت ورود اطلاعات، که کانال بی سیم می‌تواند پشتیبانی کند تا کیفیت تعیین شده بصورت آماری تضمین شود از رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید. در گیرنده‌های خطی، نرخ ارسال برای کاربر k برابر است با

مستقل از یکدیگر و دارای توزیع گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس یک $h_{mk} \sim \mathcal{CN}(0,1)$ هستند. بردار دریافتی $y \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ در BS به صورت (۱) است.

$$y = \sqrt{p_u} Hx + n \quad (1)$$

که در آن $x = [x_1 \ \dots \ x_K]^T$ بردار سمبل‌های کاربران است که بطور همزمان توسط K کاربر ارسال شده‌اند. p_u و $n \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ به ترتیب متوسط توان ارسالی هر کاربر و بردار نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس واحد هستند، با این تعریف p_u برابر با SNR خواهد بود. بطور تئوری، BS برای بدست آوردن عملکرد بهینه می‌تواند از آشکارساز ML استفاده کند. اما، پیچیدگی این آشکارساز بصورت نمایی با K افزایش پیدا می‌کند. در شرایط واقعی M و K بزرگ هستند و M همواره بزرگتر از K است. در این حالت، آشکارسازهای خطی با وجود سادگی، عملکرد خوبی دارند [۵]. بنابراین در این مقاله آشکارسازهای خطی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

با استفاده از گیرنده‌های خطی در BS، سیگنال‌های دریافتی با ضرب شدن در ماتریس آشکارساز، $A \in \mathbb{C}^{M \times K}$ ، به K جریان جداگانه تقسیم می‌شوند.

$$r = A^H y \quad (2)$$

بنابراین بردار دریافت شده بصورت (۳) معین می‌شود.

$$r = \sqrt{p_u} A^H H x + A^H n \quad (3)$$

در شرایطی که BS اطلاعات کانال را بصورت مطلوب در اختیار داشته باشد. ماتریس آشکارسازی برای گیرنده‌های MRC، ZF و MMSE بصورت (۴) بدست می‌آید [۹].

$$A = \begin{cases} H & \text{for MRC} \\ H \left(H^H H + \frac{1}{p_u} I_K \right)^{-1} & \text{for MMSE} \\ H(H^H H)^{-1} & \text{for ZF} \end{cases} \quad (4)$$

بنابراین می‌توان المان k ام بردار r را از طریق رابطه‌ی (۵) بدست آورد:

$$r_k = \sqrt{p_u} a_k^H h_k x_k + \sqrt{p_u} \sum_{i=1, i \neq k}^K a_k^H h_i x_i + a_k^H n \quad (5)$$

که در آن a_k و h_k به ترتیب ستون‌های k ام ماتریس‌های A و H هستند. همچنین $a_k^H n$ نویز دریافتی، $\sqrt{p_u} \sum_{i=1, i \neq k}^K a_k^H h_i x_i$ تداخل کاربران و $\sqrt{p_u} a_k^H h_k x_k$ سیگنال مورد نظر است. بنابراین، نسبت سیگنال به نویز بعلاوه تداخل، SINR، برای کاربر k ام به صورت (۶) محاسبه می‌گردد.

$$\gamma = \frac{p_u |a_k^H h_k|^2}{p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |a_k^H h_i|^2 + \|h_k\|^2} \quad (6)$$

با جایگذاری (۱۷) در (۱۴)، ظرفیت مؤثر هر کاربر در گیرنده‌ی MRC محاسبه می‌شود.

$$E_{C_k}^{MRC}(\theta) = \frac{-1}{\theta} \ln \left(\frac{\Gamma(M+K)\Gamma(K+\nu-1)}{\Gamma(M+K+\nu-1)\Gamma(K-1)} \right) \quad (۱۸)$$

۳-۲- ظرفیت مؤثر گیرنده ZF

در گیرنده ZF با جایگذاری (۴) در (۶)، SINR دریافتی کاربر k مطابق (۱۹) بدست می‌آید.

$$\gamma_{ZF} = \frac{p_u}{\left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right]_{kk}} \quad (۱۹)$$

که $1/\left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right]_{kk}$ دارای توزیع گاما $G(M-K+1, p_u)$ است [۱۷]. بنابراین، SINR دریافتی در گیرنده ZF دارای توزیع گاما است.

$$f_{\gamma_{ZF}}(\gamma) = \frac{\gamma^{M-K}}{p_u^{M-K+1}\Gamma(M-K+1)} e^{-\frac{\gamma}{p_u}} \quad (۲۰)$$

با استفاده از تابع چگالی احتمال γ_{ZF} ، $E\{(1+\gamma)^{-\nu}\}$ بصورت (۲۱) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} E\{(1+\gamma)^{-\nu}\} &= \int_0^\infty (1+\gamma)^{-\nu} f_{\gamma_{ZF}}(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{\Gamma(\nu+K-M-1)}{p_u^{M-K+1}\Gamma(\nu)} \\ &\quad {}_1F_1\left(M-K+1, M-K-\nu+2, \frac{1}{p_u}\right) + \\ &\quad \frac{\Gamma(M-\nu-K+1)}{p_u^\nu \Gamma(M-K+1)} {}_1F_1\left(\nu, \nu+K-M, \frac{1}{p_u}\right) \end{aligned} \quad (۲۱)$$

که در آن ${}_1F_1$ تابع فوق هندسی همریز^۲ است. با جایگذاری (۱۴)، ظرفیت مؤثر هر کاربر در گیرنده ZF بصورت (۲۲) است.

$$\begin{aligned} E_{C_k}^{ZF}(\theta) &= \frac{-1}{\theta} \ln \left\| \frac{\Gamma(\nu+K-M-1)}{p_u^{M-K+1}\Gamma(\nu)} \right. \\ &\quad \left. {}_1F_1\left(M-K+1, M-K-\nu+2, \frac{1}{p_u}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Gamma(M-\nu-K+1)}{p_u^\nu \Gamma(M-K+1)} {}_1F_1\left(\nu, \nu+K-M, \frac{1}{p_u}\right) \right\| \end{aligned} \quad (۲۲)$$

۳-۳- ظرفیت مؤثر گیرنده MMSE

SINR کاربر k در گیرنده MMSE بصورت (۲۳) است [۲].

$$C_k(t) = BT \log_2(1+\gamma) \quad (۱۳)$$

که در آن B پهنای باند، T مدت زمان فریم و γ سیگنال به نویز مؤثر است که از رابطه (۶) بدست می‌آید. با جایگذاری (۱۳) در (۱۲)، ظرفیت مؤثر هر کاربر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} E_{C_k}(\theta) &= \frac{-1}{\theta} \ln \left(E \left\{ e^{-\theta C_k(t)} \right\} \right) \\ &= \frac{-1}{\theta} \ln \left(E \left\{ (1+\gamma)^{-\nu} \right\} \right) \end{aligned} \quad (۱۴)$$

که در آن $\nu \triangleq \frac{\theta BT}{\ln 2}$ است.

۳-۱- ظرفیت مؤثر در گیرنده MRC

در آشکارساز MRC، $\mathbf{a}_k = \mathbf{h}_k$ است. با جایگذاری در (۶) خواهیم داشت:

$$\gamma_{MRC} = \frac{p_u \|\mathbf{h}_k\|^4}{p_u \sum_{i=1, i \neq k}^K |\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_i|^2 + \|\mathbf{h}_k\|^2} = \frac{X}{\sum_{i=1, i \neq k}^K z_i + \frac{1}{p_u}} \quad (۱۵)$$

که در آن $X \triangleq \|\mathbf{h}_k\|^2$ برابر جمع M متغیر تصادفی نمایی است. می‌دانیم که جمع چند متغیر تصادفی نمایی مستقل دارای توزیع گاما خواهد بود. بنابراین X دارای توزیع گاما با پارامترهای $G(M, 1)$ است و PDF^۱ آن بصورت $f_X(x) = e^{-x} x^{M-1} / \Gamma(M)$ می‌باشد که در آن $\Gamma(\cdot)$ تابع گاما است. $z_i \triangleq |\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_i|^2 / \|\mathbf{h}_k\|^2$ یک متغیر تصادفی مستقل از X است [۹].

z_i دارای PDF بصورت $f_{z_i}(z_i) = e^{-z_i}$ است [۱۶]. $Z \triangleq \sum_{i=1, i \neq k}^K z_i$ مجموع $K-1$ متغیر تصادفی نمایی مستقل است. بنابراین Z یک متغیر تصادفی گاما با پارامترهای $G(K-1, 1)$ می‌باشد و PDF آن بصورت $f_Z(z) = z^{K-2} e^{-z} / \Gamma(K-1)$ خواهد بود. در [۱۶] با صرف نظر کردن از $1/p_u$ ، SINR را بصورت $\gamma_{MRC} \approx X/Z$ تقریب زدند و تابع چگالی احتمال SINR را برحسب توزیع فیشر نوشتند:

$$f_{\gamma_{MRC}}(\gamma) = \frac{\Gamma(M+K-1)}{\Gamma(M)\Gamma(K-1)} \frac{\gamma^{M-1}}{(1+\gamma)^{M+K-1}} \quad (۱۶)$$

با استفاده از چگالی احتمال γ_{MRC} ، متوسط $E\{(1+\gamma)^{-\nu}\}$ بصورت (۱۷) بدست می‌آید.

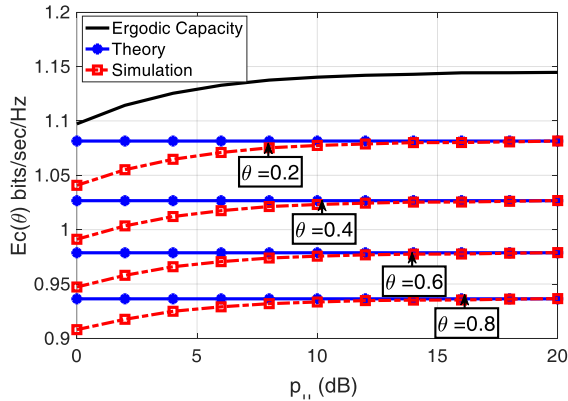
$$\begin{aligned} E\{(1+\gamma)^{-\nu}\} &= \int_0^\infty (1+\gamma)^{-\nu} f_{\gamma_{MRC}}(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{\Gamma(M+K)\Gamma(K+\nu-1)}{\Gamma(M+K+\nu-1)\Gamma(K-1)} \end{aligned} \quad (۱۷)$$

^۲ - Confluent hypergeometric function

^۱ - Probability Density Function

۴- نتایج عددی و نتیجه گیری

در این قسمت، یک سیستم با ۲۰ آنتن در BS و ۱۸ کاربر را در نظر می‌گیریم. همچنین $B=10$ KHz، $T=1$ m s، فرض شده‌اند. بعلاوه برای سادگی ترسیم، $\bar{E}_C(\theta) = E_C(\theta)/BT$ به عنوان ظرفیت مؤثر نرمالیزه شده رسم شده است. شکل‌های ۲، ۳ و ۴ ظرفیت مؤثر نرمالیزه شده گیرنده‌های MRC، ZF و MMSE بر حسب SNR بصورت تئوری و شبیه سازی مونت کارلو را نشان می‌دهند. در این شکل‌ها ظرفیت مؤثر برای $\theta = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ محاسبه شده و با ظرفیت ارگادیک مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر کیفیت سرویس θ ، ظرفیت مؤثر کاهش می‌یابد. در شکل ۲ مشاهده می‌شود که رابطه‌ی ارائه شده در (۱۸) کران بالای ظرفیت مؤثر را به دست می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که این کران بالا در توان‌های بالا تقریب خوبی برای ظرفیت مؤثر گیرنده MRC به شمار می‌رود. در شکل ۳ مشاهده می‌شود که رابطه دقیق محاسبه شده برای گیرنده ZF، به ازای تمام مقادیر توان مقدار ظرفیت مؤثر را به درستی پیش‌بینی می‌کند. همچنین شکل ۴ نشان می‌دهد که تقریب پیشنهادی برای ظرفیت مؤثر گیرنده MMSE در تمامی توان‌ها تقریب مناسبی از عملکرد سیستم به شمار می‌رود. شکل ۵ ظرفیت مؤثر نرمالیزه شده را بر حسب θ نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در گیرنده‌های MMSE و ZF با افزایش θ ظرفیت مؤثر کاهش می‌یابد، اما، ظرفیت مؤثر در گیرنده MRC با افزایش θ به کندی تغییر می‌کند.



شکل ۲: ظرفیت مؤثر گیرنده MRC با ۲۰ آنتن در BS و ۱۸ کاربر

$$\gamma_{MMSE} = \frac{1}{\left[\left(\mathbf{I}_K + p_u \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \right]_{kk}} - 1 \quad (23)$$

در [18] نشان داده شده که SINR برای گیرنده MMSE را می‌توان به دو قسمت مستقل از هم تجزیه کرد.

$$\gamma_{MMSE} = \gamma_{ZF} + T_k \quad (24)$$

که γ_{ZF} همانند قبل دارای توزیع گاما بصورت $G(M-K+1, p_u)$ است. و T_k نیز با توزیع گاما بصورت (۲۵) تقریب زده می‌شود [18].

$$T_k \sim G\left(\frac{(K-1)\mu^2}{\sigma^2}, p_u \frac{\sigma^2}{\mu}\right) \quad (25)$$

مقادیر μ و σ^2 از حل معادلات (۲۶) و (۲۷) بدست می‌آید.

$$\mu = \frac{1}{p_u M \left(1 - \frac{K-1}{M} + \frac{K-1}{M} \mu \right) + 1} \quad (26)$$

$$\sigma^2 = \frac{p_u (K-1) \mu + 1}{\Delta^2 + p_u (K-1)} \quad (27)$$

که $\Delta \triangleq p_u M \left(1 - \frac{K-1}{M} + \frac{K-1}{M} \mu \right) + 1$ است. بنابراین SINR در

گیرنده MMSE را می‌توان با توزیع گاما تقریب زد [18].

$$f_{\gamma_{MMSE}}(\gamma) \approx \frac{\gamma^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-\frac{\gamma}{\beta}} \quad (28)$$

که α و β از روابط (۲۹) و (۳۰) بدست می‌آیند.

$$\alpha = \frac{(M-K+1) + (K-1)\mu}{M-K+1 + (K-1)\sigma^2} \quad (29)$$

$$\beta = \frac{M-K+1 + (K-1)\sigma^2}{M-K+1 + (K-1)\mu} p_u \quad (30)$$

با استفاده از تابع چگالی احتمال γ_{MMSE} در گیرنده MMSE

$E\{(1+\gamma)^{-\nu}\}$ مطابق (۳۱) محاسبه می‌شود.

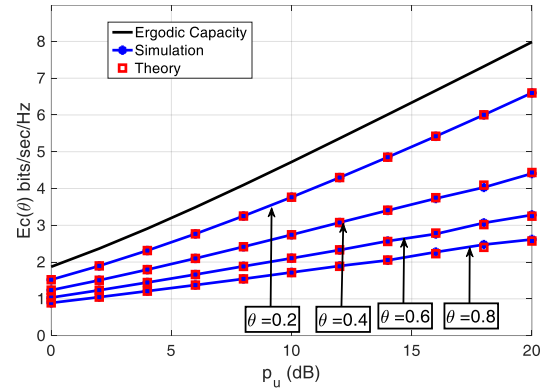
$$\begin{aligned} E\{(1+\gamma)^{-\nu}\} &= \int_0^\infty (1+\gamma)^{-\nu} f_{\gamma_{MMSE}}(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{\Gamma(\nu-\alpha)}{\beta^\alpha \Gamma(\nu)} {}_2F_1\left(\alpha, \alpha-\nu+1, \frac{1}{\beta}\right) \\ &\quad + \frac{\Gamma(M-\nu-K+1)}{\beta^\nu \Gamma(\alpha)} {}_2F_1\left(\nu, \nu-\alpha+1, \frac{1}{\beta}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

با جایگذاری (۳۱) در (۱۴)، ظرفیت مؤثر هر کاربر در گیرنده MMSE بصورت (۳۲) بدست می‌آید.

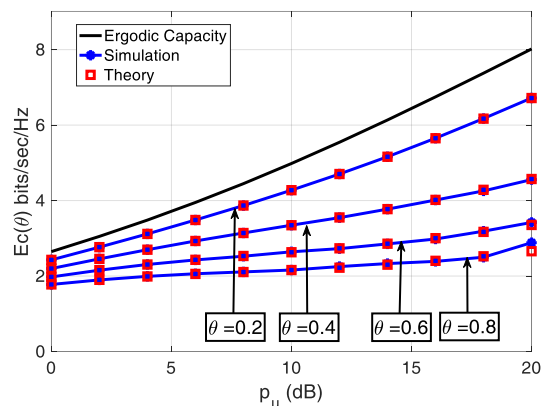
$$\begin{aligned} E_{C_k}^{MMSE}(\theta) &= \frac{1}{\theta} \ln \left[\frac{\Gamma(\nu-\alpha)}{\beta^\alpha \Gamma(\nu)} {}_2F_1\left(\alpha, \alpha-\nu+1, \frac{1}{\beta}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Gamma(M-\nu-K+1)}{\beta^\nu \Gamma(\alpha)} {}_2F_1\left(\nu, \nu-\alpha+1, \frac{1}{\beta}\right) \right] \end{aligned} \quad (32)$$

مراجع

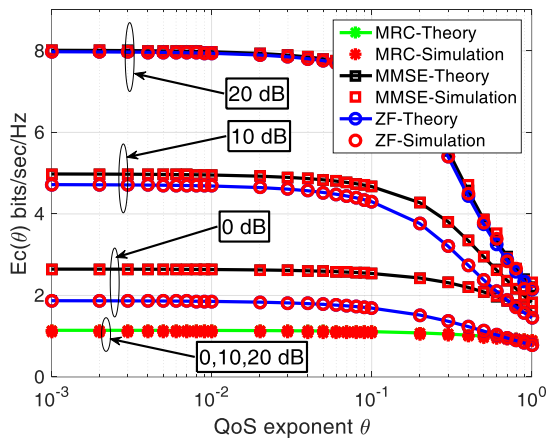
- [1] S. Yang and L. Hanzo, "Fifty years of MIMO detection: The road to large-scale MIMOs," *IEEE Commun. Surv. Tutorials*, vol. 17, no. 4, pp. 1941–1988, 2015.
- [2] T. M. Duman and A. Ghayeb, "Coding for MIMO Communication Systems Coding for MIMO Communication Systems," 2007.
- [3] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.
- [4] W. Metropolitan, A. Networks, and W. M. Networks, *Wireless Metropolitan Area Networks*. 2014.
- [5] H. Q. Ngo, *Hien Quoc Ngo Massive MIMO: Fundamentals and System Designs*, no. 1642. 2015.
- [6] T. L. Marzetta, "Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 9, no. 11, pp. 3590–3600, 2010.
- [7] S. Verdu, "Multiuser Detection," *Cambridge University Press*. 1998.
- [8] N. Jindal and A. Goldsmith, "Dirty-paper coding versus TDMA for MIMO broadcast channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 5, pp. 1783–1794, 2005.
- [9] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 4, pp. 1436–1449, 2013.
- [10] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, "Massive MIMO for next generation wireless systems," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 186–195, 2014.
- [11] G. S. Xiao, S. Yan, B. Mea, and W. Athanasios, "QoE in video streaming over wireless networks: perspectives and research challenges," *Wirel. Networks*, 2015.
- [12] Y. Niu, C. Gao, Y. Li, L. Su, D. Jin, and V. Athanasios, "Exploiting Device-to-Device Communications in Joint Scheduling of Access and Backhaul for mmWave Small Cells," vol. 8716, no. c, pp. 1–16, 2015.
- [13] D. Wu, S. Member, and R. Negi, "Effective capacity: a wireless link model for support of quality of service," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 2, no. 4, pp. 630–643, 2003.
- [14] B. Soret, M. C. Aguayo-Torres, and J. T. Entrambasaguas, "Capacity with explicit delay guarantees for generic sources over correlated rayleigh channel," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 9, no. 6, pp. 1901–1911, 2010.
- [15] J. Tang, S. S. Member, X. Zhang, and S. S. Member, "Quality-of-service driven power and rate adaptation over wireless links," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 6, no. 8, pp. 3058–3068, 2007.
- [16] W. Choi, N. Himayat, S. Talwar, and M. Ho, "The effects of co-channel interference on spatial diversity techniques," *IEEE Wirel. Commun. Netw. Conf. WCNC*, no. 2, pp. 1938–1943, 2007.
- [17] J. H. Winters, J. Salz, and R. D. Gitlin, "The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communication Systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 21314, pp. 1740–1751, 1994.
- [18] P. Li, D. Paul, R. Narasimhan, and J. Cioffi, "On the distribution of SINR for the MMSE MIMO receiver and performance analysis," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 1, pp. 271–286, 2006.



شکل ۳: ظرفیت مؤثر گیرنده ZF با ۲۰ آنتن BS و ۱۸ کاربر



شکل ۴: ظرفیت مؤثر گیرنده MMSE با ۲۰ آنتن BS و ۱۸ کاربر



شکل ۵: ظرفیت مؤثر گیرنده های خطی برحسب θ با ۲۰ آنتن BS و ۱۸ کاربر

همانطور که مشاهده شد در این مقاله با استفاده از تابع چگالی احتمال SINR گیرنده‌های خطی در سیستم Massive MIMO فرم بسته ظرفیت مؤثر را بدست آوردیم و نتایج عددی حاصل از شبیه سازی نتایج تئوری بدست آمده را تایید کرد.